

# Entropia, Informació i Computació

*Curs Informació i Ciència*

Miquel Feixas

# Què és la informació?

---

---

- Sovint parlem de la **informació**, de la informació que ens donen els diaris, de la revolució de la informació, del poder de la informació, ... Però, què és la informació? De fet, **no ho sabem!**
- “On és la saviesa que hem perdut en el coneixement? On és el coneixement que hem perdut en la informació?” T.S.Elliot (The Rock, 1934)
- Dades, informació i coneixement
- Recursos fonamentals per a la vida: energia i informació
- La necessitat d'informació: matèria primera de la nostra activitat intel·lectual
- Humanitat
  - antiguitat: emissor i receptor, cervell humà (magatzem d'informació), la mort d'un vell
  - escriptura, impremta
  - digitalització de la informació, imatges, so, suports diferents
  - enorme quantitat d'informació, capacitat de procesament, excés d'informació, globalització, informació i poder

# *Què és la informació?*

---

---

- La informació està a tot arreu: llibres, plantes, estrelles, ...
- És processada en computadors, cervells, adn, ...
- ...

# ***Entropia, informació i computació***

---

---

- Intentarem veure la ***profunda relació entre la termodinàmica, la teoria de la informació i la computació***
- **Computació**
  - tractament de la informació: **entrada** ® **processament** ® **sortida**
  - dades i instruccions, llenguatge binari, bit (0,1)
  - emmagatzamament de la informació
  - què és un algorisme (programa)?, exemples
- **Teoria de la informació**
  - Shannon, 1948
  - La TI s'ocupa de la transmissió, emmagatzamament i processament de la informació
  - S'aplica a molts diferents camps: física, lingüística, neurologia, ecologia, ...

# Entropia de Shannon

---

---

- Variable aleatòria  $X$ 
  - $X : \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $p_i = Pr \{ X = x_i \}$
- **Entropia** of  $X$  : **reducció d'incertesa**, informació, sorpresa

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$

- El logaritme, per què?
- Exemples: una moneda, un dau, ...
- Què és un bit?
- Definició probabilística de la informació
- Interpretacions de l'entropia
- Codificació òptima, algorisme de Huffman, exemples

# Canal d'informació

## Entropia condicional

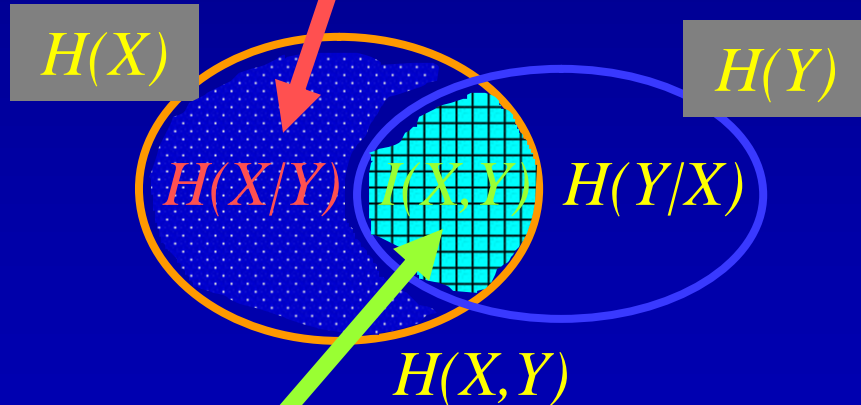
$$H(X | Y) = - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_{ij} \log p_{i|j}$$

## Canal d'informació

$$X \xrightarrow{p_{j|i}} Y$$

$\{p_i\}$                        $\{q_j\}$

$$P_{ij} = P_i P_{j|i}$$



**Informació mútua** : informació compartida

$$I(X, Y) = H(X) - H(X | Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{p_i q_j}$$

# Teoria de la informació

---

---

- El cor de qualsevol comunicació és la **transmissió d'informació**
- Shannon, 1948: **“El problema fonamental de les comunicacions és reproduir exactament, o aproximadament, en un punt un missatge seleccionat en un altre punt”**
- Transmissió ràpida, fiable i segura
  - **Rapidesa:** compressió de dades; Huffman
  - **Fiabilitat:** correcció dels errors; redundància
  - **Seguretat:** algorismes criptogràfics; xifrar la informació
- Diagrama: emissor, codificador, canal, descodificador, receptor
- Aplicacions:
  - programes de compressió: PKZIP, ARJ, JPEG, MPEG, MP3, etc.
  - correcció d'errors: mòdems, CD-Rom, DVD, emissió via satèl·lit, televisió digital, ...

# Termodinàmica

---

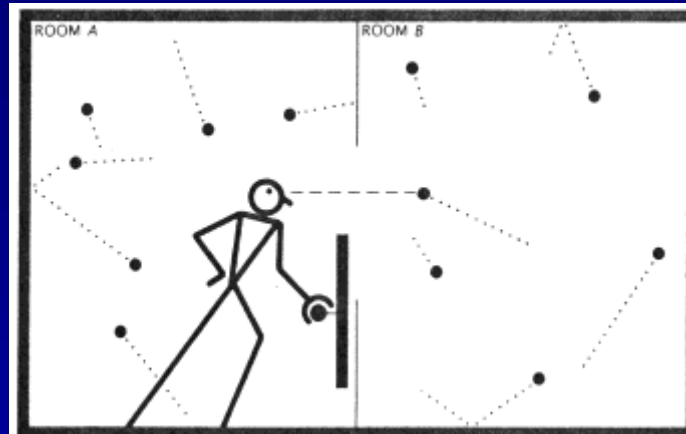
---

- Lleis de la termodinàmica
  - **Primera llei**: conservació de l'**energia**
  - **Segona llei**: no és possible cap procés espontani que el seu únic resultat sigui el pas de **calor** d'un objecte a un altre de major temperatura
- El frigorífic, dispositiu que crea desigualtats de temperatura en un sistema, necessita **energia** per funcionar
- Es pot utilitzar una diferència de temperatura per obtenir **treball** útil
- Maxwell, 1871: una criatura (**dimoni**) capaç de crear i mantenir diferències de temperatura sense realitzar treball

# Dimoni de Maxwell

---

---



- **Efectes subversius:** abolició de la necessitat de fonts d'energia!, com el petroli o la llum solar; un motor podria funcionar sense combustible
- Diferents versions de dimonis
- Per què el dimoni no pot actuar com en Maxwell va descriure?
- Resposta correcta: a partir de l'**estudi dels requeriments energètics del ordinadors**

# Termodinàmica

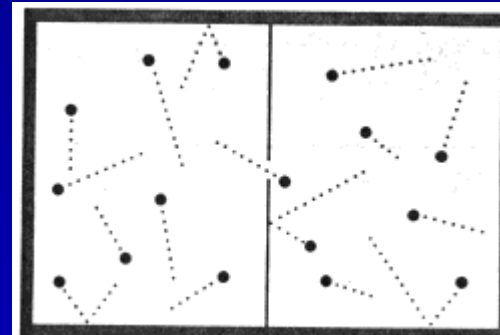
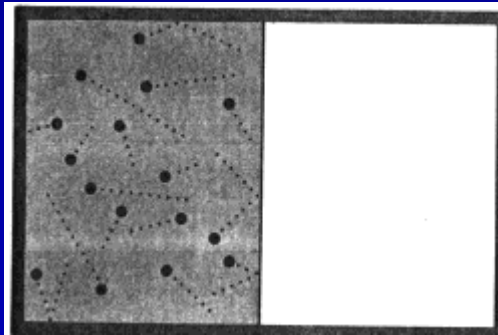
---

---

- **Segona llei**: manifestació de l'increment de desordre de l'univers; l'entropia de l'univers no pot disminuir
- Dos tipus de processos:
  - entropia creix: procés **irreversible**
  - entropia permaneix constant: procés **reversible**
- L'entropia d'un sistema disminueix si es realitza treball sobre ell, però s'incrementarà amb una quantitat igual o superior l'entropia d'un altre sistema
- Qualsevol flux de calor porta una quantitat d'entropia proporcional a la quantitat de calor que flueix dividit per la temperatura a la que es produeix el flux: el flux de calor d'un cos calent a un cos fred incrementa l'entropia global de l'univers
- El dimoni disminueix l'entropia global de l'univers!

# Termodinàmica

- Procés irreversible: expansió lliure (distribució a l'atzar)
  - l'estat desordenat és més probable que l'ordenat: hi ha més configuracions de molècules quan s'ocupen ambdós recintes
  - l'univers evoluciona cap els estats més probables
  - es pot quantificar aquest concepte?



- Si en el gas hi ha  $n$  molècules, el gas pot ocupar els dos recintes de  $2^n$  formes més que si n'ocupés un de sol
- L'entropia d'un sistema es defineix com el logaritme del nombre d'estats accessible; en el cas anterior, increment de  $n$  bits (l'entropia és proporcional al nombre de molècules que té); exemple: memòria d'ordinador

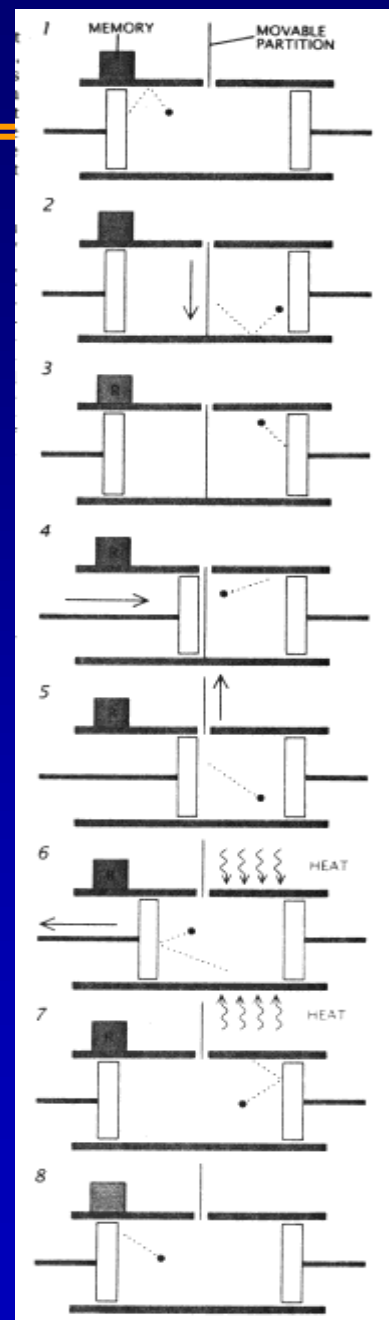
# Física de la informació

- Szilard, 1929: les **medicions o observacions** que ha de realitzar el dimoni no es poden dur a terme sense un treball que causi un increment d'entropia suficient per salvar la segona llei

- **Motor de Szilard**

- **Les sis etapes del cicle han convertit calor en treball**, i la màquina torna al seu estat inicial. Si no hi ha cap altre canvi, **l'entropia global de l'univers disminueix**

- Brillouin i Gabor: cost de l'observació d'una molècula, l'adquisició d'una certa quantitat d'informació comporta la producció d'una quantitat corresponent d'entropia



# Física de la informació

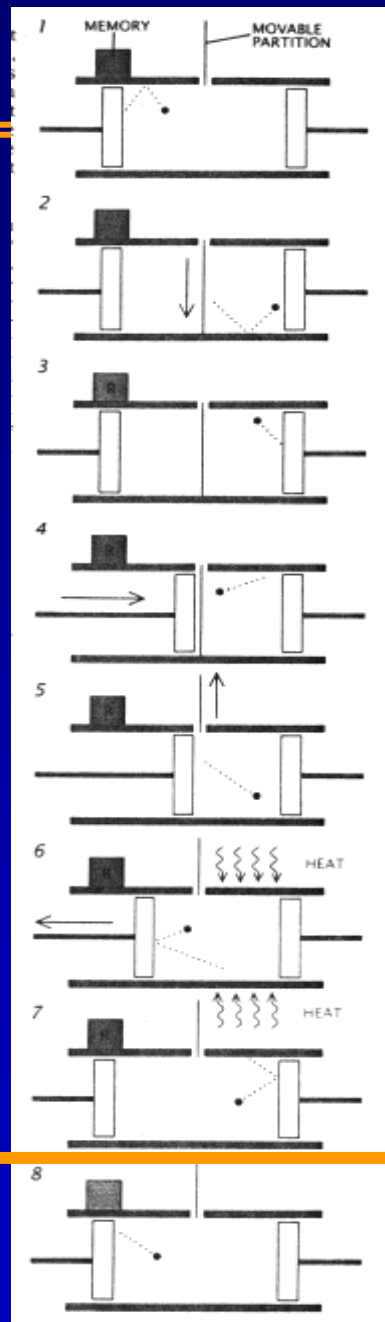
---

---

- Landauer, 1961: **LA INFORMACIÓ ÉS FÍSICA!**
- Als anys 50 es creia que els operacions de processament de dades eren irreversibles, així com Szilard creia que ho era la mesura
- Hi ha operacions costoses des del punt de vista termodinàmic i altres que no!
- Inicialització d'un registre de memòria de  $n$  bits: el valor de cadascun d'ells es fixa a 0, sense importar-nos quin era el seu valor previ. Després d'aquesta operació, el registre es troba en un sol estat!: compressió de molts estats lògics en un de sol
- Per comprimir l'estat lògic d'un ordinador s'ha de comprimir també el seu estat físic: s'ha de disminuir l'entropia del seu suport físic; però al mateix temps s'ha d'incrementar l'entropia de l'entorn
- Inicialització (operació termodinàmicament irreversible) → calor → augment de l'entropia de l'entorn
- Operacions irreversibles: **abandonament d'informació** relativa a l'estat anterior!
- **Tornem al dimoni**: la darrera etapa és irreversible!

# Física de la informació

- El cervell del dimoni ha de tornar al seu estat inicial
- La informació en el cervell del dimoni és guardada en objectes físics i no pot ser considerada com un concepte purament matemàtic. El cervell del dimoni ha de ser inclòs en el sistema
- Per tant, **quan el dimoni esborra la seva memòria hi ha un increment d'entropia que "salva" la segona llei**
- Ja tenim la resposta: per observar una molècula, el dimoni ha d'oblidar les observacions anteriors!
- Com sorgeix **l'experiència subjectiva** a partir d'un conjunt de processos físics?



# Física de la informació

---

---

- La informació està emmagatzemada en sistemes físics com cadenes d'ADN, neurones o memòries d'ordinador i, al mateix temps, les maneres com les cèl·lules, els cervells o els ordinadors processen la informació és governada per les lleis de la física. Així, qualsevol informació és codificada, processada i transmesa per mitjans físics, i no és un concepte purament matemàtic o psicològic, sinó que està fonamentat en les lleis de la física
- Tots els processos de càlcul són físics!
- Oblidar és costós! Esborrar un bit augmenta l'entropia de l'univers en  **$k \ln 2$**
- **Computació reversible i irreversible**
- No hi ha una quantitat mínima d'energia que s'hagi de gastar per fer un càlcul
- Limitacions físiques de la computació
- *“No es pensa en la informació com una restricció! Paguem per comprar els diaris, no per llançar-los. ... Potser la creixent consciència de contaminació ambiental i explosió de la informació ha fet que la idea que la informació es pugui convertir en un valor negatiu ens sembla ara més natural que abans.”*  
(Darrer paràgraf de l'article d'en Bennett!)